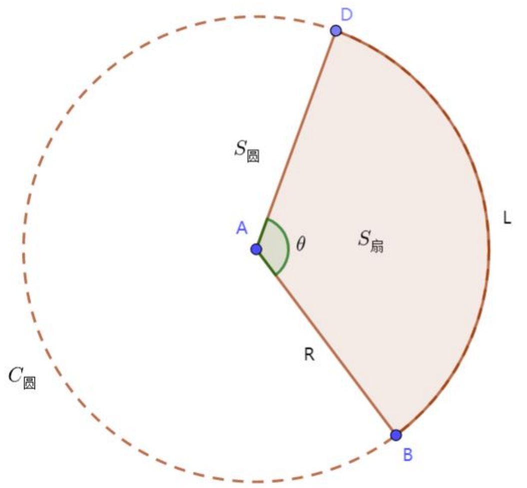
第　玖　章

圆锥比例等式

I.　圆锥比例等式

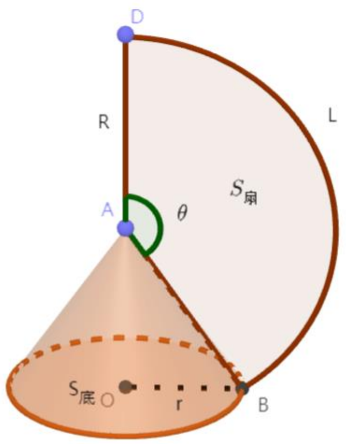
在圆锥中，存在着一个有趣的比例等式

如图：



取一个扇形 ABD 将其补成一个圆，其中扇形面积为$S_{扇}$，张角为θ，扇形半径为 R，弧长为 L；圆的面积为$S_{圆}$，半径为 R，周长为$C_{圆}$。

我们将扇形弯折成一个无底的圆锥如图：



这个圆锥的底面半径为 r，底面积为$S_{底}$，显然，圆锥的侧面积即为扇形面积。

那么必有如下等式：

$$\frac{S_{扇}}{S_{圆}}=\frac{L}{C_{圆}}=\frac{\theta}{2\pi}=\frac{r}{R}=\frac{S_{底}}{S_{扇}}$$

II. 证明

前面三个描述的都是扇形在圆中的占比，可以直接得出

则有$\frac{S_{扇}}{S_{圆}}=\frac{L}{C_{圆}}=\frac{\theta}{2\pi}$

所以$L=C_{圆}\cdot\frac{\theta}{2\pi}=2\pi R\cdot\frac{\theta}{2\pi}=R\cdot\theta=C_{底}=2\pi r$

所以$2\pi R\cdot\frac{\theta}{2\pi}=2\pi r$

则$\frac{r}{R}=\frac{\theta}{2\pi}$

则$r=\frac{R\cdot\theta}{2\pi}$

所以$S_{底}=\pi r^2=\pi\cdot(\frac{R\cdot\theta}{2\pi})^2=\frac{\theta}{2\pi}\cdot(\pi R^2\cdot\frac{\theta}{2\pi})=\frac{\theta}{2\pi}\cdot(S_{圆}\cdot\frac{\theta}{2\pi})=\frac{\theta}{2\pi}\cdot S_{扇}$

所以$\frac{S_{底}}{S_{扇}}=\frac{\theta}{2\pi}$

所以

$$\frac{S_{扇}}{S_{圆}}=\frac{L}{C_{圆}}=\frac{\theta}{2\pi}=\frac{r}{R}=\frac{S_{底}}{S_{扇}}$$

证毕。