

# 第壹章

## 托勒密定理

### I. 定义

在数学几何中，托勒密定理可以推出正弦，余弦的和差公式以及一系列的三角恒等式，它也是关于共圆性的基本性质。

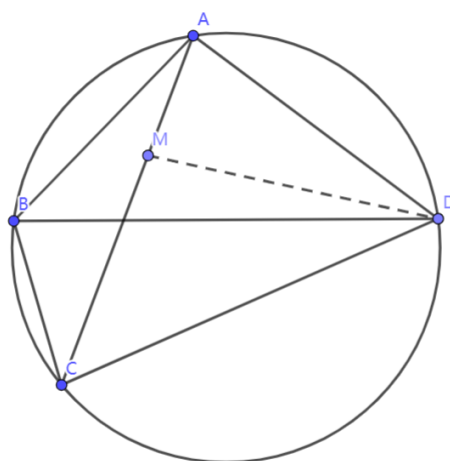
托勒密定理（多列米定理）

提出者：依巴谷（托勒密只是从他的书中摘出）

定义：圆内接四边形对角线的乘积等于两对对边乘积的和

### II. 证明

如图所示



在 AC 上取一点 M，连接 DM

使得  $\angle AMD = \angle BCD$

因为  $\angle DAM = \angle DBC$ （同弦所对的圆周角相等）

所以  $\triangle AMD \sim \triangle BCD$

所以

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AM}{BC} = \frac{DM}{DC}$$

又因为  $\angle DMC = \angle DAB$ ， $\angle ABD = \angle MCD$

所以  $\triangle ABD \sim \triangle MCD$

所以

$$\frac{AB}{CM} = \frac{AD}{MD} = \frac{BD}{CD}$$

所以  $BD \cdot AC = BD \cdot (AM + CM) = BD \cdot AM + BD \cdot CM$

$$\text{又 } \frac{BD}{CD} = \frac{AB}{CM}, \frac{AD}{BD} = \frac{AM}{BC}$$

则  $BD \cdot CM = AB \cdot CD$ ， $BD \cdot AM = AD \cdot BC$

所以  $BD \cdot AC = BD \cdot AM + BD \cdot CM = AB \cdot CD + AD \cdot BC$

证毕。